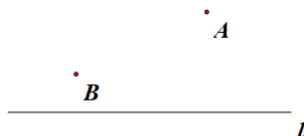


第2讲将军饮马

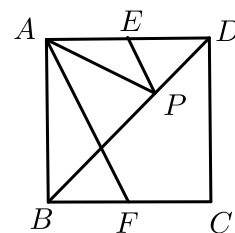
一、 线段和最小

如图，在 l 上找一点 P ，使 $PA + PB$ 最小.



栗子1

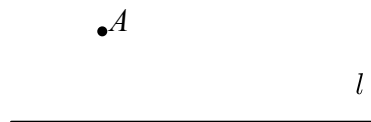
- 如图，在正方形 $ABCD$ 中， E ， F 分别为 AD ， BC 的中点， P 为对角线 BD 上的一个动点，则下列线段的长等于 $AP + EP$ 最小值的是（ ）.



- A. AB B. DE C. BD D. AF

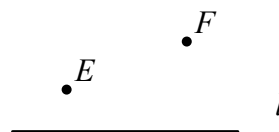
2.

- 如图①，点 A 、 B 在直线 l 两侧，请在直线 l 上画出一點 P ，使得 $PA + PB$ 的值最小，简述画法、画出图形.



图①

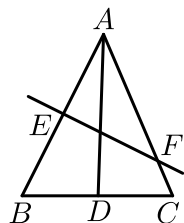
- 如图②，点 E 、 F 在直线 l 同侧，请在直线 l 上画出一點 Q ，使得 $QE + QF$ 的值最小，简述画法并画出示意图.



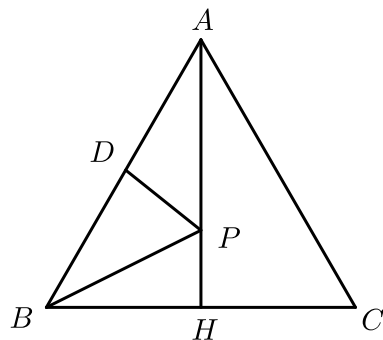
图②

栗子2

3. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $BC = 5$ ， $S_{\triangle ABC} = 15$ ， $AD \perp BC$ 于点 D ， EF 垂直平分 AB ，交 AC 于点 F ，在 EF 上确定一点 P ，使 $PB + PD$ 最小，则这个最小值为 _____ .



4. 如图所示，已知 $\triangle ABC$ 为等边三角形，高 $AH = 10\text{cm}$ ， P 为 AH 上一动点， D 为 AB 的中点，则 $PD + PB$ 的最小值为 _____ cm .

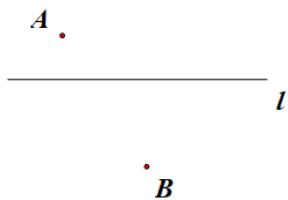


二、 线段差最值

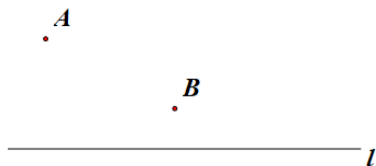
1. 如图，在 l 上找一点 P ，使 $|PA - PB|$ 最小.



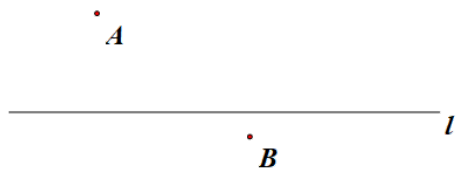
2、如图，在 l 上找一点 P ，使 $|PA - PB|$ 最小.



3、如图，在 l 上找一点 P ，使 $|PA - PB|$ 最大.

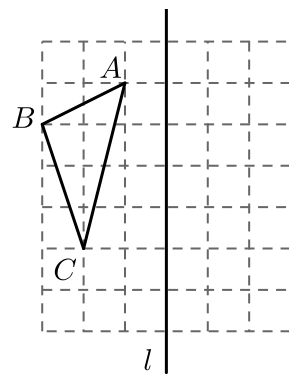


4、如图，在 l 上找一点 P ，使 $|PA - PB|$ 最大.



栗子3

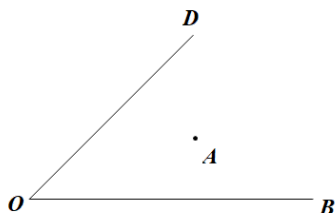
5. 如图，在长度为1个单位长度的小正方形组成的网格中，点 A ， B ， C 均在小正方形的顶点上.



- (1) 在图中画出与 $\triangle ABC$ 关于直线 l 成轴对称的 $\triangle A'B'C'$.
- (2) 直接写出 $\triangle A'B'C'$ 的面积为 _____ .
- (3) 在直线 l 上找一点 M ，使 $|MA - MB|$ 最小，找一点 N ，使 $|NA - NB|$ 最大 .

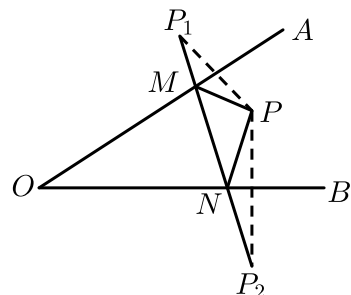
三、三角形周长最小

如图，点 A 在锐角 $\angle DOB$ 的内部，在 OD 边上求作一点 P ，在 OB 边上求作一点 Q ，使 $\triangle PAQ$ 的周长最小（或者使得 $PA + QA$ 最小）。



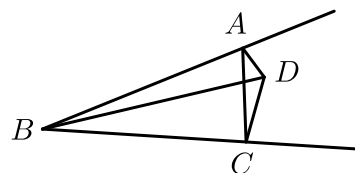
栗子4

6. 如图，点 P 为 $\angle AOB$ 内一点，分别作出 P 点关于 OA 、 OB 的对称点 P_1 、 P_2 ，连接 P_1P_2 交 OA 于点 M ，交 OB 于点 N ， $P_1P_2 = 15$ ，则 $\triangle PMN$ 的周长为（ ）。



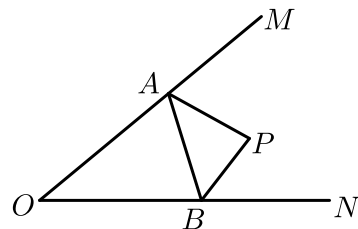
- A. 14 B. 15 C. 16 D. 17

7. 如图， D 是 $\angle ABC$ 内一点， $BD = 4$ ， $\angle ABC = 30^\circ$ ，设 M 是射线 BA 上一点， N 是射线 BC 上一点，则 $\triangle MND$ 的周长的最小值是 _____。

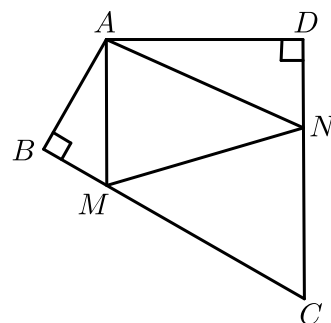


栗子5

8. 已知如图所示， $\angle MON = 40^\circ$ ， P 为 $\angle MON$ 内一点， A 为 OM 上一点， B 为 ON 上一点，则当 $\triangle PAB$ 的周长取最小值时， $\angle APB$ 的度数为 _____°。

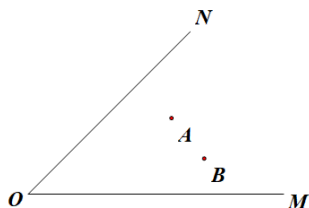


9. 如图，四边形 $ABCD$ 中， $\angle BAD = 120^\circ$ ， $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ，在 BC 、 CD 上分别找一点 M 、 N ，使 $\triangle AMN$ 周长最小，求此时 $\angle AMN + \angle ANM =$ _____ 度以及 $\angle MAN =$ _____ 度。



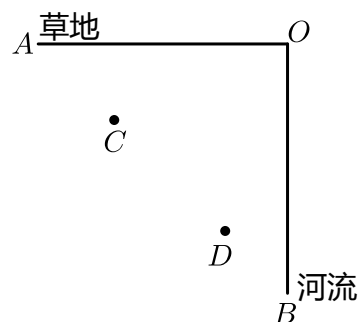
四、 四边形周长最小

- 如图，点 A 、 B 在锐角 $\angle MON$ 的内部，在 ON 边上求作一点 P ，在 OM 边上求作一点 Q ，使四边形 $ABQP$ 周长最小（或者使得 $PA + PQ + QB$ 最小）。

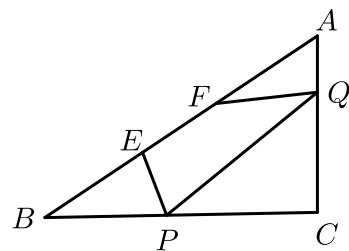


栗子6

10. 如图， C 为马厩， D 为帐篷，牧马人从马厩牵出马，先到草地边牧马，再到河边饮马，然后回到帐篷，请你帮他确定这一天的最短路线。

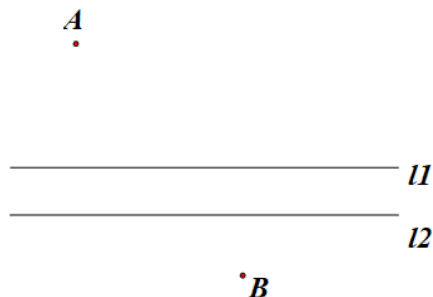


11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC \perp BC$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，点 E 、 F 是线段 AB 的三等分点，点 P 是线段 BC 上的动点，点 Q 是线段 AC 上的动点，若 $AC = 3$ ，则四边形 $EPQF$ 周长的最小值是 _____。

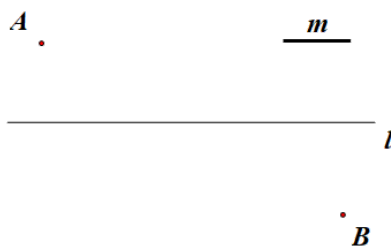


五、过河问题

1. 如图，在一组平行线 l_1 、 l_2 两侧各有一点 A 、 B ，在 l_1 、 l_2 间找一条线段 MN ，使 $MN \perp l_1$ ，并且使得 $AM + MN + NB$ 之和最短。



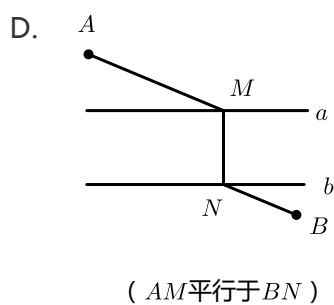
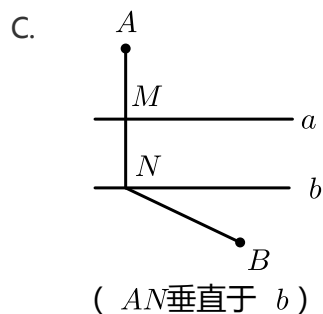
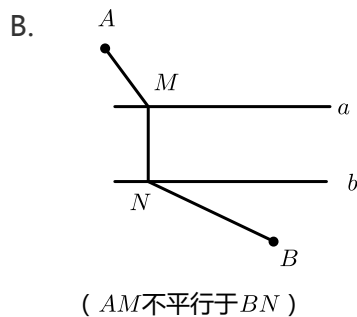
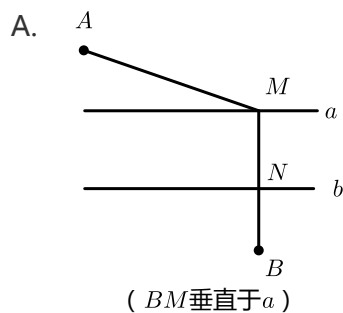
2. 如图，直线 l 外有两点 A 、 B ，有一定长线段 m ，在直线上找到点 P 、 Q ，使得 PQ 间的距离等于定长 m ，且使得 $AP + PQ + QB$ 最小。



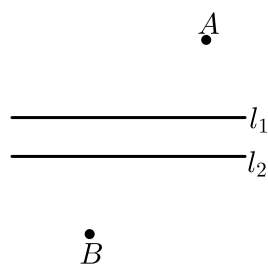
3. 如图，直线 l 外有两点 A 、 B ，有一定长线段 m ，在直线上找到点 P 、 Q ，使得 PQ 间的距离等于定长 m ，且使得 $AP + PQ + QB$ 最小（或者使得四边形 $APQB$ 周长最小）。



12. A 和 B 两地在一条河的两岸，现要在河上造一座桥 MN ，使从 A 到 B 的路径 $AMNB$ 最短的是（假定河的两岸是平行线，桥与河岸垂直）（ ）。



13. 如图， A 、 B 两地在一条河的两岸，现要在河上造一座桥 MN ．桥造在何处才能使从 A 到 B 的路径 $AMNB$ 最短？（假定河的两岸是平行的直线，桥 MN 与河岸垂直）



14. 解答 .

- (1) 如图③ , 点 M 、 N 在直线 l 同侧 , 请在直线 l 上画出两点 O 、 P , 使得 $OP = 1\text{cm}$, 且 $MO + OP + PN$ 的值最小 .
(保留作图痕迹 , 不写作法)

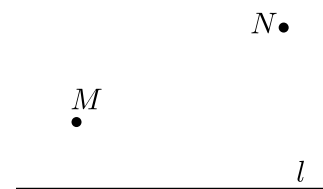


图 3